


Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ИФФВТ  
от 17 мая 2022 г. протокол № 10  
Председатель \_\_\_\_\_ (Рыбин В. В.)  
(подпись, расшифровка подписи)



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина:	<u>Векторный и тензорный анализ</u>
Факультет	ИФФВТ
Кафедра:	<u>Радиофизики и электроники</u>
Курс	<u>2</u>

Направление (специальность) 030303 Радиофизика \_\_  
код направления (специальности), полное наименование

Направленность (профиль/специализация)

**Твердотельная электроника и наноэлектроника**

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: «1» сентября 2022г.


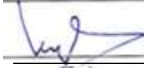
Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Щиголев В.К.	Теоретической физики	Доцент, к.ф.-м.н.

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой
 / <u>Учайкин В.В.</u> / Подпись _____ ФИО _____ «10» 05 2022 г	 / <u>Гурин Н.Т.</u> / Подпись _____ ФИО _____ «10» 05 2022 г

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

### Цели освоения дисциплины:


Целями освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является формирование понимания сущности теории дифференциальных операций над векторными и тензорными полями как фундаментальной науки, освоение ее основных понятий и идей, овладение методами и навыками в области векторного и тензорного анализа и его приложений к физическим и техническим задачам.

### Задачи освоения дисциплины:

Изучение студентами методов фундаментальных разделов векторного и тензорного анализа, необходимых для осуществления научно-исследовательской и научно-инновационной деятельности. Овладение математическим аппаратом физики и навыками проведения математических вычислений с векторными и тензорными полями в прямоугольных и криволинейных ортогональных системах координат. Студенты должны знать основные алгебраические и дифференциальные свойства тензорных полей и овладеть навыками работы с ними в произвольных координатах.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа;</li> <li>• основные определения теории векторных и тензорных полей;</li> <li>• основные методы дифференциального анализа векторных и тензорных полей;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• уметь применять методы векторного и тензорного анализа при решении физических задач;</li> <li>• находить явные выражения для основных дифференциальных операций над скалярными, векторными и тензорными полями;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Опытном вычисления градиента, дивергенции, ротора и лапласиана в ортогональных координатах;</li> <li>• Навыками нахождения скалярных и векторных потенциалов полей;</li> </ul>

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) 3 ЗЕТ


##### 4.2. по видам учебной работы (в часах)

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения очная)			
	Всего по плану	В том числе по семестрам		
		3	4	5
Контактная работа обучающихся с преподавателем	36	36		
Аудиторные занятия:	36	36		
лекции	18	18		
Практические и семинарские занятия	18	18		
Лабораторные работы				
Самостоятельная работа	36	36		
Форма текущего контроля знаний и контроля самостоятельной работы: тестирование, контрольная работа, коллоквиум, рефераты др. (не менее 2 видов)	-			
Курсовая работа				
Виды промежуточного контроля (экзамен, зачет)	зачет	зачет		
Всего часов по дисциплине	72	72		


##### 4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения – очная

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		лекции	Практические занятия, семинар	Лабораторная работа			
Раздел 1. Теория кривых и поверхностей в евклидовом пространстве.							
1. Евклидово пространство.	4	1	1		1	5	устный опрос, проверка решения задач
2. Кривые в евклидовом пространстве.	4	1	1		1	3	устный опрос, проверка решения

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

							задач
3. Теория поверхностей.	4	1	1		1	3	устный опрос, проверка решения задач
Раздел 2. Основные интегральные теоремы.							
4. Теорема Грина.	4	1	1		1	3	устный опрос, проверка решения задач
5. Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля.	4	2	1		1	3	устный опрос, проверка решения задач
6. Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля.	4	1	1		1	3	устный опрос, проверка решения задач
Раздел 3. Скалярные и векторные поля.							
7. Скалярные поля.	5	1	2		1	3	устный опрос, проверка решения задач
8. Векторные поля.	8	2	2		1	3	устный опрос, проверка решения задач
9. Дифференциальные операции в криволинейных координатах.	11	2	2		1	3	устный опрос, проверка решения задач
Раздел 4. Тензорный анализ.							
10. Тензоры в аффинном пространстве.	8	1	2		1	2	устный опрос, проверка решения задач
11. Тензоры в евклидовом пространстве.	8	1	2		1	2	устный опрос, проверка решения задач

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

12 Криволинейные координаты в аффинном и евклидовом пространстве.	11	2	2		1	2	устный опрос, проверка решения задач
ИТОГО	108	18	18		12	36	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

### Раздел 1. Теория кривых и поверхностей в евклидовом пространстве.

#### Тема 1. Евклидово пространство.

Декартовы координаты в пространстве. Евклидово пространство. Вектора в евклидовом пространстве. Замена координат в декартовом пространстве. Матрица Якоби. Полярные, цилиндрические и сферические системы координат.

#### Тема 2. Кривые в евклидовом пространстве.

Способы задания кривых в евклидовом пространстве. Касательный вектор. Угол пересечения двух кривых. Элемент длины. Инвариантность длины отрезка кривой при различной параметризации. Натуральный параметр. Вектор скорости в различных системах отсчета. Вектор нормали к кривой. Кривизна кривой. Радиус кривизны кривой. Формулы Френе для плоской кривой. Геометрический смысл. Кривизна кривой в случае произвольной параметризации. Вывод формул Френе для кривой в трехмерном евклидовом пространстве. Плоскость, соприкасающаяся с кривой. Соприкасающиеся кривые.

#### Тема 3. Теория поверхностей.

Способы задания поверхностей в евклидовом пространстве. Касательная плоскость. Вектор нормали к поверхности. Первая квадратичная форма. Геометрический смысл. Площадь поверхности в локальных координатах. Скалярное произведение и угол пересечения векторов, касательных к поверхности. Кривая, заданная на поверхности. Вторая квадратичная форма. Нормальное сечение. Главные кривизны. Средняя и гауссова кривизна. Связь с формой поверхности.

### Раздел 2. Основные интегральные теоремы.

#### Тема 4. Теорема Грина.

Формулировка и доказательство интегральной теоремы Грина для односвязной и многосвязных областей.

#### Тема 5. Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля.


Формулировка и доказательство интегральной теоремы Стокса для односвязной и многосвязных областей. Формулировка понятия циркуляции векторного поля.

#### Тема 6. Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля.

Формулировка и доказательство интегральной теоремы Остроградского-Гаусса. Формулировка понятия потока векторного поля.

### Раздел 3. Скалярные и векторные поля.

#### Тема 7. Скалярные поля.

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

Скалярные поля. Поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент скалярного поля и его физический смысл. Симметрии скалярного поля.

#### **Тема 8. Векторные поля.**

Уравнения для векторных линий и векторных трубок векторного поля. Поток и дивергенция векторного поля. Векторная запись теоремы Остроградского-Гаусса. Производная по направлению от векторного поля, ее физический смысл. Циркуляция и ротор векторного поля. Векторная запись теоремы Стокса. Потенциальное векторное поле. Соленоидальное (вихревое) векторное поле. Первая и вторая кинематические теоремы (теоремы Гельмгольца). Лапласово поле.

#### **Тема 9. Дифференциальные операции в криволинейных координатах.**

Криволинейные ортогональные системы координат. Понятие локального базиса. Коэффициенты Ламэ. Элементарная длина, элементарная площадь и элементарный объем в криволинейных координатах. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Элементарная длина, площадь и объем. Градиент скалярного поля в криволинейных координатах. Пример цилиндрической и сферической систем координат. Дивергенция векторного поля в криволинейных координатах. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Ротор векторного поля в криволинейных координатах. Векторные линии в криволинейных координатах. Поток и циркуляция векторного поля в криволинейных координатах

### **Раздел 4. Тензорный анализ.**

#### **Тема 10. Тензоры в аффинном пространстве.**

Аффинное пространство. Аксиоматика. Аффинная координатная система. Преобразование аффинного репера. Ковариантные тензора в аффинном пространстве. Понятие сопряженного базиса аффинного пространства. Взаимный базис. Контрвариантные тензора в аффинном пространстве. Общее определение тензора. Алгебра тензоров в аффинном пространстве.

#### **Тема 11. Тензоры в евклидовом пространстве.**


Евклидово пространство. Метрика пространства. Сигнатура пространства. Тензорные операции в евклидовом пространстве. Операции опускания и поднимания индексов.

#### **Тема 12. Криволинейные координаты в аффинном и евклидовом пространстве.**

Параллельный перенос вектора в евклидовом пространстве. Коэффициенты связности. Символы Кристоффеля. Ковариантное дифференцирование. Производная по направлению. Геодезические линии. Тензор кривизны Римана. Римановы (неевклидовы) пространства. Введение в теорию групп.

### **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

1. Евклидово пространство. Кривые в евклидовом пространстве.
2. Теория поверхностей.
3. Теорема Грина. Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля.
4. Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля.
5. Скалярные и векторные поля.
6. Дифференциальные операции в криволинейных координатах.
7. Тензоры в аффинном и евклидовом пространстве.
8. Криволинейные координаты в аффинном и евклидовом пространстве.
9. Алгебра тензоров в аффинном пространстве.

Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ (ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ)

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

## 8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Курсовые, контрольные работы, рефераты не предусмотрены учебным планом.

### 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ (ЗАЧЕТУ)


1. Элемент длины. Инвариантность длины отрезка кривой при различной параметризации. Натуральный параметр.
2. Вектор нормали к кривой. Кривизна кривой. Радиус кривизны кривой.
3. Вектор нормали к поверхности. Первая квадратичная форма. Геометрический смысл.
4. Нормальное сечение. Главные кривизны. Средняя и гауссова кривизна.
5. Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля.
6. Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля.
7. Понятие скалярного поля. Поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент скалярного поля и его физический смысл. приближений.
8. Поток и дивергенция векторного поля. Векторная запись теоремы Остроградского-Гаусса.
9. Циркуляция и ротор векторного поля. Векторная запись теоремы Стокса.
10. Потенциальное векторное поле. Лапласово поле.
11. Соленоидальное (вихревое) векторное поле.
12. Криволинейные ортогональные системы координат. Понятие локального базиса. Коэффициенты Ламэ.
13. Цилиндрическая и сферическая системы координат.
14. Градиент и лапласиан скалярного поля в криволинейных координатах.
15. Дивергенция векторного поля в криволинейных координатах.
16. Ротор векторного поля в криволинейных координатах.
17. Аффинная координатная система. Преобразование аффинного репера. Ковариантные тензора в аффинном пространстве.
18. Взаимный базис. Контравариантные тензора в аффинном пространстве. Общее определение тензора.
19. Алгебра тензоров в аффинном пространстве.
20. Евклидово пространство. Метрика пространства. Сигнатура пространства. Тензорные операции в евклидовом пространстве
21. Параллельный перенос вектора в евклидовом пространстве.
22. Коэффициенты связности. Символы Кристоффеля.
23. Ковариантное дифференцирование.
24. Производная по направлению. Геодезические линии.
25. Тензор кривизны Римана.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

Форма обучения Очная

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы ( <i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i> )	Объем в часах	Форма контроля ( <i>проверка решения задач, реферата и др.</i> )
Евклидово пространство.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Кривые в евклидовом пространстве.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Теория поверхностей.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Теорема Грина.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Теорема Стокса. Циркуляция векторного поля.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Теорема Остроградского-Гаусса. Поток векторного поля.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Скалярные поля.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	2	устный опрос, проверка решения задач
Векторные поля.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	4	устный опрос, проверка решения задач
Дифференциальные операции в криволинейных координатах.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	6	устный опрос, проверка решения задач
Тензоры в аффинном пространстве	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	4	устный опрос, проверка решения задач
Тензоры в евклидовом пространстве.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	4	устный опрос, проверка решения задач
Криволинейные координаты в аффинном и евклидовом пространстве.	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета.	6	устный опрос, проверка решения задач



Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Список рекомендуемой литературы

#### а) основная литература

1. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 184 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/438945>
2. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / И. В. Киреев, Л. В. Кнауб, Д. В. Левчук, Я. Н. Нужин. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. — 102 с. — ISBN 978-5-7638-3622-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/84148.html>
3. Позднякова, Т. А. Математика. Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Элементы векторного анализа : учебное пособие / Т. А. Позднякова, А. Н. Ботвич. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 113 с. — ISBN 978-5-7638-3920-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/84228.html>

#### Дополнительная:


1. Мишачев, Н. М. Дифференциальная геометрия и тензорный анализ : задания к типовому расчету / Н. М. Мишачев, В. М. Тюрин. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/22865.html>
2. Ермолаев, Ю. Д. Типовой расчет по векторному анализу : сетевое обновляемое электронное учебное пособие / Ю. Д. Ермолаев. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 126 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/51434.html>
3. Назарова, Т. М. Основы векторного анализа : учебное пособие / Т. М. Назарова, В. В. Хаблов. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2016. — 56 с. — ISBN 978-5-7782-2834-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91661.html>
4. Аливердиева Э.И., Тензорная алгебра и абсолютное дифференциальное исчисление : Учеб. пособие / Аливердиева Э.И., Левашкина Е.В., Орлов М.И. - М. : МИСиС, 2002. - 84 с. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : [http://www.studentlibrary.ru/book/Misis\\_272.html](http://www.studentlibrary.ru/book/Misis_272.html)

#### Учебно-методическая:

1. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» для студентов 2 курса инженерно-физического факультета высоких технологий всех форм обучения / В. К. Щиголев; УлГУ, ИФФВТ. - Ульяновск : УлГУ, 2019. – Режим доступа:





Министерство образования и науки РФ ФГБОУВПО Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»		

в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

– для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

Разработчик



подпись

доцент

должность

Щиголев В.К.

ФИО